Fachlichkeit als Bedingung mathematischer Bildung

Ein Plädoyer für den Mathematikunterricht am Gymnasium

PD Dr. Nima Moshayedi[1,2]

[1]Institut für Mathematik Universität Zürich
[2]Kantonsschule Trogen

25. Juni 2026

Der Beitrag formuliert ein bildungstheoretisches und mathematikdidaktisches Plädoyer für einen fachlich anspruchsvollen Mathematikunterricht am Gymnasium. Ausgangspunkt ist die These, dass mathematische Bildung nicht auf Rechenfertigkeit, Kompetenzraster, Lernstrategien oder instrumentelle Verwertbarkeit reduziert werden darf. Mathematikunterricht ist ein Ort der Begegnung mit begrifflicher Strenge, argumentativer Verantwortung, symbolischer Ordnung und geistiger Selbstbildung. Er führt Schülerinnen und Schüler in eine Denkform ein, die für Wissenschaft, Gesellschaft und persönliche Urteilskraft wesentlich ist. Der Beitrag verteidigt die zentrale Rolle der Lehrperson, kritisiert eine pädagogische Reformsemantik, die Bildung zu oft in messbare Kompetenzen oder selbstorganisierte Lernarrangements übersetzt, und begründet, weshalb fachliche Tiefe für guten Unterricht unverzichtbar ist. Besondere Aufmerksamkeit gilt der Gefahr, gymnasiale Mathematikbildung vom Minimum sogenannter basaler Kompetenzen her zu denken, sowie der These, dass echte Interdisziplinarität nur auf der Grundlage tragfähiger disziplinärer Bildung möglich ist. Künstliche Intelligenz wird als aktuelle Herausforderung aufgenommen, bleibt aber dem übergeordneten Anliegen mathematischer Urteilskraft zugeordnet.

Schlüsselwörter. Mathematikdidaktik, Gymnasium, Allgemeinbildung, Lehrpersonenbildung, Fachlichkeit, Bildungstheorie, Lehrperson, Kompetenzorientierung

1 Einleitung

Mathematikunterricht am Gymnasium bedarf einer erneuerten fachlichen und bildungstheoretischen Verteidigung. Diese Verteidigung ist nicht deshalb notwendig, weil das Fach seinen Wert verloren hätte. Sie ist notwendig, weil sein Wert gegenwärtig häufig in einer Sprache beschrieben wird, die dem Wesen mathematischer Bildung nicht gerecht wird. Von Kompetenzen, Lernsettings, Individualisierung, Selbststeuerung, Digitalisierung und Verwertbarkeit ist viel die Rede. Weniger selbstverständlich ist die Frage, was es bedeutet, sich einem mathematischen Gegenstand wirklich auszusetzen, eine Definition zu verstehen, eine Behauptung zu prüfen, einen Beweis nachzuvollziehen und die innere Notwendigkeit eines Begriffs zu erkennen.

Die leitende These dieses Beitrags lautet, dass Mathematikunterricht am Gymnasium nicht primär durch äussere Nützlichkeit legitimiert ist. Er ist auch nicht bloss ein Zulieferfach für naturwissenschaftliche, technische oder ökonomische Studiengänge. Mathematikunterricht ist ein Bildungsfach, weil er eine besondere Form rationaler Weltbegegnung eröffnet. Wer Mathematik lernt, begegnet nicht nur Verfahren, sondern einer Kultur der Genauigkeit. Man lernt, zwischen Behauptung und Begründung zu unterscheiden, Voraussetzungen offenzulegen, abstrakte Strukturen zu erkennen und das eigene Denken einer Sache zu unterwerfen, die sich nicht durch Beliebigkeit, Meinung oder unmittelbare Erfahrung erschliesst.

In dieser Perspektive ist Mathematikunterricht mehr als Methodentraining. Er ist eine Schule der Aufmerksamkeit, der Geduld und der geistigen Redlichkeit. Ein mathematischer Gegenstand lässt sich nicht durch blosses Meinen aneignen. Er fordert, dass man Begriffe klärt, Beziehungen durchschaut, Fehler erkennt und Gründe anerkennt. Gerade darin liegt sein philosophischer Bildungswert. Mathematik zeigt, dass Freiheit im Denken nicht darin besteht, ohne Bindung zu urteilen, sondern darin, Gründe zu verstehen und sich von ihnen überzeugen zu lassen.

Der Beitrag versteht sich deshalb als Plädoyer für Fachlichkeit. Dieses Plädoyer richtet sich nicht gegen Didaktik, sondern gegen eine Entleerung der Didaktik von fachlicher Substanz. Es richtet sich nicht gegen Kompetenzen, sondern gegen die Vorstellung, Bildung lasse sich angemessen durch Kompetenzlisten beschreiben. Es richtet sich nicht gegen selbstständiges Lernen, sondern gegen die Annahme, Selbstorganisation könne die professionelle Führung durch eine fachlich gebildete Lehrperson ersetzen. Im Zentrum steht die Überzeugung, dass guter Mathematikunterricht von der Sache, von der Lehrperson und von der ernsthaften geistigen Arbeit der Schülerinnen und Schüler her gedacht werden muss.

2 Mathematik als Bildungsfach

Mathematik ist ein Bildungsfach, weil sie Lernende in eine Welt einführt, die nicht unmittelbar gegeben ist. Zahlen, Funktionen, Räume, Wahrscheinlichkeiten, Grenzwerte und Strukturen werden nicht einfach vorgefunden wie Gegenstände der sinnlichen Erfahrung. Sie müssen begrifflich erzeugt, symbolisch dargestellt und argumentativ gesichert werden. Dadurch eröffnet Mathematik eine Distanz zur unmittelbaren Anschauung. Diese Distanz ist bildend, weil sie das Denken aus der Enge des Gegebenen löst.

Der gymnasiale Mathematikunterricht darf daher nicht auf Alltagstauglichkeit reduziert werden. Gewiss ist es wichtig, dass Schülerinnen und Schüler mit Grössen, Daten, Prozenten, Funktionen und Wahrscheinlichkeiten umgehen können. Doch der tiefere Bildungswert der Mathematik liegt nicht in dieser instrumentellen Ebene. Er liegt darin, dass Mathematik eine Form des Denkens sichtbar macht, in der Geltung nicht durch Autorität, Gewohnheit oder soziale Zustimmung entsteht, sondern durch Begründung. Ein korrekt geführter Beweis ist ein exemplarischer Fall rationaler Öffentlichkeit. Jede Behauptung muss sich vor Gründen verantworten.

Damit berührt Mathematik einen Grundgedanken allgemeiner Bildung. Bildung meint nicht bloss Anpassung an Anforderungen, sondern die Erweiterung der Urteilskraft durch die Begegnung mit Gegenständen, die nicht aus den eigenen Bedürfnissen hervorgehen. Bei Klafki (2007) wird Allgemeinbildung als Erschliessung der Welt und zugleich als Erschliessung des Subjekts verstanden. Mathematik leistet hierzu einen eigenen Beitrag. Sie erschliesst nicht nur Gegenstandsbereiche, sondern verändert die Art, wie Lernende denken. Sie führt zu Präzision, Abstraktion, symbolischer Kontrolle und argumentativer Selbstdisziplin.

In ähnlicher Weise erinnert Biesta (2010) daran, dass Bildung nicht vollständig in der Sprache der Messung aufgeht. Was pädagogisch bedeutsam ist, ist nicht immer unmittelbar quantifizierbar. Diese Einsicht ist für Mathematik besonders wichtig. Mathematik erzeugt zwar Resultate, die in hohem Masse überprüfbar sind. Mathematische Bildung selbst besteht aber nicht nur in überprüfbaren Einzelleistungen. Sie zeigt sich in der Art, wie jemand mit Begriffen umgeht, wie jemand ein Problem strukturiert, wie jemand Unsicherheit aushält, wie jemand einen Fehler analysiert und wie jemand die Autorität eines Arguments anerkennt.

Auch die Wissenssoziologie hat darauf hingewiesen, dass Schule jungen Menschen Zugang zu Wissen eröffnen soll, das über alltägliche Erfahrung hinausgeht. Young (2008) spricht in diesem Zusammenhang von machtvollem Wissen. Mathematik ist ein paradigmatischer Fall solchen Wissens. Sie ist nicht machtvoll, weil sie sozial privilegiert wäre, sondern weil sie Denkformen bereitstellt, die sonst verschlossen bleiben. Gerade darum darf Mathematikunterricht nicht in die blosse Bearbeitung lebensnaher Aufgaben zerfallen. Lebensnähe ist didaktisch wertvoll, wenn sie zur Sache führt. Sie wird problematisch, wenn sie die Sache ersetzt.

3 Fachliche Tiefe und die Würde des Gegenstands

Fachliche Tiefe bedeutet im Mathematikunterricht nicht, möglichst viele Inhalte in möglichst kurzer Zeit zu behandeln. Sie bedeutet, die behandelten Inhalte so zu erschliessen, dass ihre innere Struktur sichtbar wird. Wer Gleichungen unterrichtet, unterrichtet nicht nur Umformungsregeln. Er führt in die Idee ein, Bedingungen symbolisch zu fassen. Wer Funktionen unterrichtet, unterrichtet nicht nur Graphen und Terme. Er führt in die Idee ein, Veränderung und Abhängigkeit begrifflich zu kontrollieren. Wer Geometrie unterrichtet, unterrichtet nicht nur Figuren. Er führt in die Idee ein, Raum durch Definition, Konstruktion und Beweis zu ordnen.

Die Würde eines mathematischen Gegenstands liegt darin, dass er mehr ist als ein Anlass für Aktivität. Ein mathematischer Begriff hat Geschichte, innere Notwendigkeit, Reichweite und Grenzen. Didaktische Reduktion ist nur dann legitim, wenn sie diese Tiefe nicht zerstört. Eine Vereinfachung, die zum Verständnis führt, ist didaktisch notwendig. Eine Vereinfachung, die den Gegenstand banalisiert, ist bildungsfeindlich.

Hier liegt eine zentrale Aufgabe der Lehrperson. Sie muss mehr wissen, als sie im Unterricht ausdrücklich sagt. Sie muss die grösseren Zusammenhänge kennen, in die ein schulischer Begriff eingebettet ist. Wer lineare Funktionen unterrichtet, sollte lineare Strukturen verstehen. Wer Ableitungen einführt, sollte wissen, welche Rolle Grenzprozesse, lokale Approximation und Änderungsraten spielen. Wer Stochastik unterrichtet, sollte zwischen mathematischem Modell, empirischer Häufigkeit und subjektiver Erwartung unterscheiden können. Fachliche Tiefe schützt vor falscher Anschaulichkeit und vor didaktischer Verkürzung.

Die mathematikdidaktische Forschung bestätigt diese Einsicht. Shulman (1986) hat mit dem Begriff des *pedagogical content knowledge* gezeigt, dass professionelle Lehrpersonen ein Wissen benötigen, das Fach und Vermittlung miteinander verbindet. Ball u. a. (2008) haben für die Mathematik herausgearbeitet, dass Unterricht ein besonderes mathematisches Wissen verlangt. Dieses Wissen zeigt sich etwa darin, Schülerlösungen zu deuten, typische Fehlvorstellungen zu erkennen, geeignete Beispiele zu wählen und verschiedene Darstellungen fachlich korrekt miteinander zu verbinden.

Empirische Studien stützen diesen Zusammenhang. Hill u. a. (2005) fanden Beziehungen zwischen dem mathematischen Wissen von Lehrpersonen für das Unterrichten und Lernfortschritten von Schülerinnen und Schülern. Baumert u. a. (2010) zeigten im Rahmen der COACTIV

Studie, dass insbesondere fachdidaktisches Wissen von Mathematiklehrpersonen mit kognitiver Aktivierung und fachlichem Lernzuwachs zusammenhängt. Fachlichkeit ist daher keine private Eigenschaft der Lehrperson, sondern eine Bedingung der Unterrichtsqualität.

4 Die Lehrperson als Zentrum des Unterrichts

Guter Mathematikunterricht entsteht nicht aus Materialien allein. Er entsteht auch nicht aus Lernplattformen, Kompetenzrastern oder Arbeitsplänen. Solche Mittel können hilfreich sein, wenn sie in eine fachlich verantwortete Unterrichtsgestaltung eingebettet sind. Sie können aber die Lehrperson nicht ersetzen. Im Mathematikunterricht ist die Lehrperson diejenige Instanz, die die Sache repräsentiert, den Lernweg strukturiert, Anforderungen dosiert, Fehlvorstellungen erkennt und Lernende in eine Kultur des Begründens einführt.

Die Lehrperson steht nicht im Mittelpunkt, weil Unterricht autoritär sein soll. Sie steht im Mittelpunkt, weil mathematische Gegenstände für Lernende nicht von selbst transparent werden. Ein Begriff wird nicht verstanden, nur weil er auf einem Arbeitsblatt steht. Ein Beweis wird nicht einsichtig, nur weil er im Buch abgedruckt ist. Eine Aufgabe wird nicht bildend, nur weil sie bearbeitet wird. Zwischen Gegenstand und Lernenden braucht es eine professionelle Vermittlung. Diese Vermittlung ist das Zentrum des Lehrerberufs.

Roland Reichenbach hat wiederholt darauf hingewiesen, dass Schule nicht beliebig durch Reformvokabular, Nützlichkeitserwartungen oder äussere Steuerungslogiken ersetzt werden kann (Reichenbach 2012; Reichenbach 2013). Die Schule ist eine gewöhnliche Institution in einem starken Sinn. Sie ist kein Dienstleistungsbetrieb, der nur individuelle Lernwünsche erfüllt. Sie ist ein Ort, an dem junge Menschen mit Ansprüchen konfrontiert werden, die sie sich nicht selbst gegeben haben, die aber für ihre Bildung notwendig sind. Dazu gehört die Begegnung mit Lehrpersonen, die für eine Sache einstehen.

Die Persönlichkeit der Lehrperson ist dabei nicht ein dekoratives Element. Sie ist pädagogisch bedeutsam, weil Lernende häufig über die Person zur Sache finden. Wer glaubwürdig zeigt, dass Mathematik wichtig ist, dass Genauigkeit zählt, dass ein Fehler verstehbar ist, dass eine Frage ernst genommen wird und dass Anstrengung Sinn hat, schafft eine Form der Motivation, die kein Arbeitsblatt erzeugen kann. Eine Lehrperson motiviert nicht in erster Linie durch Unterhaltung, sondern durch die glaubwürdige Darstellung der Bedeutung des Gegenstands.

5 Kritik der Kompetenzorientierung

Der Begriff der Kompetenz ist nicht an sich problematisch. Es ist sinnvoll zu fragen, was Schülerinnen und Schüler können sollen. Es ist sinnvoll, Lernziele zu klären und Unterricht nicht nur über behandelte Inhalte, sondern auch über erworbene Fähigkeiten zu reflektieren. Problematisch wird Kompetenzorientierung dort, wo sie sich als umfassende Beschreibung von Bildung ausgibt. Dann droht das Fach in beobachtbare Performanz zerlegt zu werden. Das, was sich leicht operationalisieren lässt, erhält Vorrang vor dem, was bildend bedeutsam ist.

Reichenbachs Kritik an reformpädagogischen und bildungspolitischen Verkürzungen ist in diesem Zusammenhang wichtig (Reichenbach 2012). Sie erinnert daran, dass Schule nicht nur durch Steuerungsinstrumente, Standards und Messbarkeit verstanden werden kann. Bildung hat einen Überschuss gegenüber ihrer Messung. Sie enthält eine normative, kulturelle und personale Dimension, die in Kompetenzrastern nur unzureichend erscheint.

Für den Mathematikunterricht ist diese Kritik besonders relevant. Mathematische Bildung lässt sich zwar in einzelnen Leistungen prüfen. Man kann feststellen, ob eine Gleichung gelöst, ein Graph interpretiert oder ein Argument ergänzt werden kann. Doch damit ist nicht erschöpft, was mathematisches Lernen bedeutet. Entscheidend ist auch, ob Schülerinnen und Schüler eine Frage als mathematische Frage erkennen, ob sie einen Begriff als notwendig erleben, ob sie die Schönheit einer Struktur wahrnehmen, ob sie die Strenge eines Arguments respektieren und ob sie bereit sind, ihre eigene Intuition durch Gründe korrigieren zu lassen.

Eine einseitige Kompetenzorientierung kann den Blick auf diese Dimensionen verstellen. Sie begünstigt bisweilen eine Sprache, in der Inhalte nur noch Träger von Kompetenzen sind. Dann wird nicht mehr gefragt, weshalb ein bestimmter mathematischer Gegenstand bildend ist. Gefragt wird nur noch, welche Kompetenz an ihm trainiert werden kann. Eine solche Umkehrung ist didaktisch gefährlich. Nicht der Gegenstand dient der Kompetenz. Vielmehr entstehen sinnvolle Fähigkeiten in der ernsthaften Begegnung mit gehaltvollen Gegenständen.

6 Basale Kompetenzen und die Verengung des Bildungsbegriffs

Die Rede von basalen fachlichen Kompetenzen für allgemeine Studierfähigkeit ist zunächst verständlich. Ein Gymnasium muss sicherstellen, dass Maturandinnen und Maturanden über jene Kenntnisse und Fähigkeiten verfügen, die für ein Hochschulstudium in vielen Fächern vorausgesetzt werden. Gerade in Mathematik und Erstsprache gibt es Grundlagen, ohne die Studierfähigkeit praktisch beeinträchtigt ist. Der EDK Anhang zu den basalen fachlichen Kompetenzen hält denn auch ausdrücklich fest, dass diese Kompetenzen für allgemeine Studierfähigkeit notwendig, aber nicht hinreichend sind (EDK 2016). Diese Unterscheidung ist entscheidend.

Problematisch wird der Begriff dort, wo er bildungspolitisch stärker wirkt, als er theoretisch geklärt ist. Unklar bleibt häufig, ob eine Kompetenz basal genannt wird, weil sie in vielen Studienrichtungen benötigt wird, weil sie kognitiv grundlegend ist, weil sie besonders gut überprüfbar erscheint oder weil sie als administrativ geeigneter Mindeststandard dient. Diese Unschärfe ist nicht nebensächlich. Von ihr hängt ab, ob der Begriff der basalen Kompetenz eine sinnvolle Sicherung fachlicher Voraussetzungen leistet oder ob er zu einer stillen Verschiebung des gymnasialen Anspruchs beiträgt.

Die Gefahr besteht darin, dass basale Kompetenzen vom notwendigen Minimum zum heimlichen Zentrum des Unterrichts werden. Was als Sicherung unverzichtbarer Grundlagen gedacht ist, kann in der Praxis zur normativen Untergrenze werden, an der sich Planung, Förderung und Prüfung zunehmend orientieren. Damit verschiebt sich der Blick. Nicht mehr die Frage steht im Vordergrund, welche mathematische Bildung ein Gymnasium ermöglichen soll. Stattdessen wird gefragt, welche Mindestbestände für spätere Anschlussfähigkeit gesichert werden müssen. Eine solche Verschiebung ist bildungstheoretisch folgenreich.

Mathematikunterricht am Gymnasium darf nicht vom Minimum her gedacht werden. Basale Kompetenzen sind wichtig, aber sie beschreiben nicht die Gestalt mathematischer Bildung. Sie sagen etwas über Voraussetzungen, aber wenig über geistige Erfahrung. Sie sichern elementare Anschlussfähigkeit, aber sie ersetzen keine Begegnung mit mathematischer Tiefe. Wer Mathematikunterricht primär unter dem Gesichtspunkt basaler Kompetenzen betrachtet, verengt das Gymnasium auf die Verwaltung von Mindestanforderungen. Ein Gymnasium muss Grundlagen sichern. Es darf sich aber nicht über Grundlagen definieren.

Auch der Schlussbericht zu den basalen fachlichen Kompetenzen betont, dass diese Kompetenzen nur einen Teil der allgemeinen Studierfähigkeit betreffen und weder die ganze gymnasiale

Bildung noch die vertiefte Gesellschaftsreife erfassen (Eberle u. a. 2015). Gerade diese Einschränkung muss ernst genommen werden. Sie schützt vor einer Überdehnung des Begriffs. Basale Kompetenzen können eine diagnostische Funktion haben. Sie können helfen, fachliche Voraussetzungen sichtbar zu machen. Sie dürfen aber nicht als Ersatz für einen substantiellen Bildungsbegriff auftreten.

Für den Mathematikunterricht folgt daraus eine klare Unterscheidung. Es gibt Grundlagen, die sicher beherrscht werden müssen. Dazu gehören elementare algebraische Umformungen, funktionales Denken, grundlegende geometrische Vorstellungen, der Umgang mit Daten und Wahrscheinlichkeiten sowie ein Verständnis elementarer Änderungsraten. Diese Grundlagen sind unverzichtbar. Doch ihr Sinn erschliesst sich erst im Horizont weiterführender mathematischer Bildung. Algebra ist nicht nur Technik. Sie ist symbolisches Denken. Funktionen sind nicht nur Werkzeuge. Sie sind eine Sprache für Zusammenhang und Veränderung. Stochastik ist nicht nur Verfahren. Sie ist eine rationale Form des Umgangs mit Unsicherheit.

Gerade deshalb sollte man den Begriff der basalen Kompetenz zurückhaltend verwenden. Er kann nützlich sein, wenn er als Warnsignal verstanden wird. Er wird problematisch, wenn er zum Leitbegriff gymnasialer Mathematikbildung wird. Ein starker Mathematikunterricht sichert Grundlagen, aber er erschöpft sich nicht in ihnen. Er führt über sie hinaus zu Begriff, Struktur, Begründung und Urteilskraft.

7 Disziplinäre Bildung als Voraussetzung von Interdisziplinarität

Der neue Rahmenlehrplan der EDK stellt die Gymnasien vor die Aufgabe, fachliche Bildung stärker mit überfachlichen, transversalen und interdisziplinären Anliegen zu verbinden (EDK 2024). Diese Zielsetzung ist nicht an sich falsch. Kein Fach existiert im luftleeren Raum. Mathematik steht in Beziehung zu Naturwissenschaften, Technik, Ökonomie, Informatik, Philosophie, Kunst und Gesellschaft. Viele bedeutsame Fragen der Gegenwart lassen sich nur bearbeiten, wenn unterschiedliche fachliche Perspektiven zusammengeführt werden.

Gerade deshalb muss Interdisziplinarität anspruchsvoll verstanden werden. Sie entsteht nicht dadurch, dass man mathematische Inhalte in beliebige aussermathematische Geschichten einkleidet. Sie entsteht auch nicht dadurch, dass man Fachgrenzen rhetorisch überschreitet, ohne die beteiligten Fächer wirklich ernst zu nehmen. Echte Interdisziplinarität setzt disziplinäre Bildung voraus. Wer Fächer verbinden will, muss zunächst wissen, was ein Fach leistet, welche Begriffe es verwendet, welche Methoden es anerkennt und welche Formen von Wahrheit oder Geltung in ihm möglich sind.

Für den Mathematikunterricht ist dieser Punkt zentral. Mathematik kann in anderen Kontexten fruchtbar werden, wenn ihre Eigenart sichtbar bleibt. Ein Modell in der Physik ist kein blosses Rechenbeispiel. Eine statistische Auswertung in den Sozialwissenschaften ist nicht einfach eine Anwendung eines Schemas. Eine Optimierungsaufgabe in der Ökonomie verlangt nicht nur Rechnung, sondern die Klärung von Annahmen, Zielgrössen und Grenzen des Modells. In solchen Fällen wird Mathematik interdisziplinär bedeutsam, weil sie als Mathematik ernst genommen wird.

Problematisch sind dagegen künstliche Rahmungen, in denen mathematische Inhalte nur oberflächlich in eine lebensweltliche oder fachfremde Erzählung eingebettet werden. Solche Aufgaben erzeugen den Anschein von Relevanz, ohne fachliche Relevanz wirklich herzustellen. Sie können sogar das Gegenteil dessen bewirken, was sie beabsichtigen. Schülerinnen und Schüler erfahren Mathematik dann nicht als präzise Denkform, sondern als Verfahren, das nachträglich in beliebige Kontexte verpackt wird. Das schwächt die Sache und verfehlt zugleich die versprochene Lebensnähe.

Interdisziplinäres Arbeiten ist schwieriger als disziplinärer Unterricht. Es verlangt nicht weniger, sondern mehr Fachlichkeit. Lernende müssen die beteiligten Gegenstände verstehen und zugleich deren Verhältnis klären. Sie müssen erkennen, welche Aspekte eines Problems mathematisch modellierbar sind und welche nicht. Sie müssen lernen, dass ein mathematisch korrektes Resultat nicht automatisch eine sachlich angemessene Antwort ergibt. Diese Einsicht ist anspruchsvoll und bildend. Sie lässt sich aber nicht durch dekorative Kontextualisierung ersetzen.

Der Druck auf den Mathematikunterricht wächst, wenn transversale Anliegen, interdisziplinäre Projekte und überfachliche Themen ohne ausreichende Rücksicht auf fachliche Aufbauprozesse eingefordert werden. Mathematik braucht Zeit. Begriffe müssen aufgebaut, Verfahren geübt, Darstellungen verbunden und Argumente verstanden werden. Wer diese Zeit zugunsten ständig wechselnder Rahmungen verkürzt, gefährdet genau jene fachliche Substanz, auf der anspruchsvolle Interdisziplinarität beruht.

Ein gymnasialer Mathematikunterricht sollte deshalb offen für echte Verbindungen zu anderen Fächern sein, aber widerständig gegenüber Scheinverbindungen. Gute Interdisziplinarität beginnt nicht mit der Frage, wie man Mathematik attraktiver verpacken kann. Sie beginnt mit der Frage, welche mathematische Idee für ein anderes Fach oder ein reales Problem tatsächlich unverzichtbar ist. Wo diese Frage überzeugend beantwortet wird, kann Interdisziplinarität bildend sein. Wo sie nicht beantwortet wird, bleibt sie oberflächlich.

8 Zur Grenze selbstorganisierten Lernens

Selbstständigkeit ist ein Ziel schulischer Bildung. Daraus folgt jedoch nicht, dass selbstorganisiertes Lernen der geeignete Anfangspunkt jedes Lernprozesses ist. Gerade im Mathematikunterricht sind viele Lernende zunächst auf klare Führung, sorgfältige Erklärung, strukturierte Beispiele und gemeinsame begriffliche Klärung angewiesen. Mathematisches Selbstdenken entsteht nicht durch didaktische Zurückhaltung. Es entsteht durch angeleitete Teilnahme an einer anspruchsvollen Praxis.

Die kognitionspsychologische Forschung stützt diese Skepsis gegenüber minimal geführten Lernformen. Mayer (2004) argumentiert, dass reine Entdeckungslernformen empirisch schwach begründet sind, wenn sie als bevorzugte Unterrichtsmethode verstanden werden. Kirschner u. a. (2006) zeigen, dass minimal geführte Instruktion insbesondere für Lernende mit geringem Vorwissen problematisch ist, weil sie die Begrenzungen des Arbeitsgedächtnisses und die Bedeutung vorhandener Wissensstrukturen unterschätzt. Diese Befunde sind für Mathematik besonders relevant, da mathematische Gegenstände häufig eine hohe begriffliche Dichte besitzen.

Dies bedeutet nicht, dass Schülerinnen und Schüler passiv zuhören sollen. Es bedeutet, dass Aktivität nicht mit Selbststeuerung verwechselt werden darf. Ein gut geführter Unterricht kann hoch aktivierend sein. Er kann Fragen stellen, Denkwege vergleichen, Fehler analysieren, Begründungen verlangen und Lernende schrittweise in Selbstständigkeit führen. Rosenshine (2012) beschreibt Prinzipien wirksamer Instruktion, die gerade nicht in blossem Vortrag bestehen, sondern in klarer Strukturierung, kleinen Lernschritten, häufigem Prüfen des Verstehens, angeleiteter Übung und allmählicher Freigabe von Verantwortung.

Auch neuere Studien zum selbstorganisierten Mathematiklernen zeigen, dass dessen Qualität stark von Lernvoraussetzungen, Unterstützung und Unterrichtskultur abhängt (Stebler u. a. 2024). Selbstorganisation ist daher kein Ersatz für Unterricht, sondern eine anspruchsvolle Form des

Lernens, die vorbereitet, begleitet und fachlich gerahmt werden muss. Wer Selbstorganisation fordert, ohne die dafür nötigen fachlichen und motivationalen Voraussetzungen aufzubauen, verwechselt Ziel und Voraussetzung.

Für den gymnasialen Mathematikunterricht folgt daraus eine einfache pädagogische Maxime. Die Lehrperson soll nicht verschwinden, damit Lernende selbstständig werden. Sie soll so unterrichten, dass Selbstständigkeit möglich wird. Das verlangt Führung, Klarheit und fachliche Autorität. Autorität bedeutet hier nicht Macht über Lernende, sondern Verantwortung für die Sache und für den Weg zu ihr.

9 Motivation durch Anspruch

Mathematik gilt vielen Schülerinnen und Schülern als schwierig. Diese Schwierigkeit ist real. Sie darf didaktisch nicht ignoriert werden. Sie darf aber auch nicht dadurch beantwortet werden, dass der Anspruch des Faches preisgegeben wird. Motivation entsteht nicht aus der Banalisierung des Gegenstands. Sie entsteht, wenn Lernende erfahren, dass eine schwierige Sache zugänglich wird und dass die eigene Anstrengung zu Einsicht führt.

Die Motivationsforschung betont die Bedeutung von Autonomie, Kompetenzerleben und sozialer Eingebundenheit (Deci und Ryan 2000). Für den Mathematikunterricht bedeutet dies nicht, dass Lernende möglichst allein gelassen werden sollen. Es bedeutet, dass sie im Unterricht echte Denkentscheidungen treffen, Fortschritte erleben und sich in einer Kultur bewegen sollen, in der Fragen und Fehler ernst genommen werden. Interesse ist dabei nicht einfach eine Voraussetzung, sondern kann durch Unterricht aufgebaut werden (Hidi und Renninger 2006).

Entscheidend ist die fachliche Dramaturgie. Eine lineare Funktion sollte nicht als Formeltyp beginnen, sondern als begriffliche Antwort auf die Frage nach konstanter Veränderung. Eine quadratische Funktion sollte nicht als Sammlung von Normalformen erscheinen, sondern als Zugang zu Symmetrie, Optimierung und Flächenproblemen. Wahrscheinlichkeit sollte nicht als Rechentechnik eingeführt werden, sondern als Sprache für Unsicherheit und Erwartung. Ein Beweis sollte nicht als schulisches Ritual auftreten, sondern als Antwort auf die Frage, weshalb etwas notwendig gilt.

Die Lehrperson motiviert, indem sie diese innere Bedeutung sichtbar macht. Sie zeigt, weshalb ein Begriff nötig wird, weshalb ein Verfahren mehr leistet als blosse Rechnung, weshalb ein Fehler aufschlussreich ist und weshalb eine Lösung nicht nur stimmen, sondern verstanden werden muss. Ein solcher Unterricht nimmt Lernende ernst. Er traut ihnen zu, dass sie Anspruch nicht nur ertragen, sondern an ihm wachsen können.

10 Künstliche Intelligenz als aktuelle Herausforderung

Künstliche Intelligenz verändert die Rahmenbedingungen des Mathematikunterrichts. Digitale Systeme können Aufgaben lösen, Erklärungen erzeugen und Übungsprozesse begleiten. Daraus folgt aber nicht, dass mathematisches Verstehen an Bedeutung verliert. Im Gegenteil. Je leichter Resultate erzeugt werden können, desto wichtiger wird die Fähigkeit, sie zu prüfen.

Künstliche Intelligenz macht sichtbar, was schon immer galt. Ein Ergebnis ist noch kein Verständnis. Eine Lösung ist noch kein Argument. Eine sprachlich plausible Erklärung ist noch keine mathematische Begründung. Wer mathematische Begriffe nicht versteht, kann algorithmisch erzeugte Antworten nur übernehmen. Wer sie versteht, kann sie beurteilen.

Die UNESCO weist in ihrer Orientierung zu generativer künstlicher Intelligenz in Bildung und Forschung auf Fragen der Qualität, Verlässlichkeit und Verantwortung hin (UNESCO 2023). Für den Mathematikunterricht bedeutet dies, dass digitale Werkzeuge kritisch und fachlich gerahmt werden müssen. Sie können nützlich sein, wenn sie zum Prüfen, Vergleichen, Explorieren und Reflektieren eingesetzt werden. Sie sind problematisch, wenn sie die eigene geistige Arbeit ersetzen.

Der Abschnitt zu künstlicher Intelligenz bleibt damit bewusst begrenzt. Nicht die Technologie steht im Zentrum, sondern die mathematische Urteilskraft. Gerade weil technische Werkzeuge leistungsfähiger werden, braucht es einen Unterricht, der Begriffe, Strukturen und Begründungen ernst nimmt.

11 Lehrpersonenbildung in der Schweiz

Ein anspruchsvoller Mathematikunterricht setzt hervorragend ausgebildete Lehrpersonen voraus. Die Schweiz verfügt mit der Verbindung von fachwissenschaftlicher, fachdidaktischer, erziehungswissenschaftlicher und berufspraktischer Ausbildung über eine tragfähige Struktur. Diese Struktur sollte nicht geschwächt, sondern gestärkt werden.

Für das Gymnasium ist fachwissenschaftliche Tiefe unverzichtbar. Eine Mathematiklehrperson muss mehr verstehen, als sie unmittelbar unterrichtet. Sie muss wissen, welche weiterführenden Ideen in elementaren Begriffen angelegt sind. Sie muss didaktisch vereinfachen können, ohne fachlich zu verfälschen. Sie muss erkennen, wann eine Anschauung trägt und wann sie irreführt. Sie muss beurteilen können, ob eine Schülerlösung nur formal richtig oder begrifflich verstanden ist.

Gleichzeitig genügt fachwissenschaftliche Ausbildung allein nicht. Unterricht verlangt die professionelle Transformation fachlichen Wissens. Lehrpersonen müssen typische Lernhürden kennen, Aufgabenfolgen entwerfen, Darstellungen wählen, Sprache präzise einsetzen und Lernprozesse diagnostizieren. Fachdidaktik ist daher kein pädagogischer Zusatz zur Mathematik. Sie ist die Form, in der mathematische Fachlichkeit für Unterricht verantwortbar wird.

Eine hochwertige Ausbildung von Mathematiklehrpersonen ist damit eine bildungspolitische Notwendigkeit. Wer den Lehrerberuf auf Lernbegleitung reduziert, unterschätzt seine fachliche und pädagogische Komplexität. Wer die fachliche Ausbildung schwächt, schwächt langfristig die Qualität des Gymnasiums. Wer die Lehrperson aus dem Zentrum rückt, verliert aus dem Blick, wie mathematische Bildung tatsächlich entsteht.

12 Leitsätze für einen starken Mathematikunterricht

Aus den bisherigen Überlegungen ergeben sich Leitsätze für einen gymnasialen Mathematikunterricht, der fachlich anspruchsvoll und bildungstheoretisch verantwortet ist.

(1) Mathematikunterricht soll von der Sache ausgehen. Methoden, Medien und Lernformen sind wichtig, aber sie erhalten ihren Wert erst durch den mathematischen Gegenstand.

(2) Fachliche Tiefe ist eine Bedingung didaktischer Qualität. Nur wer die Mathematik hinter dem Schulstoff versteht, kann sinnvoll vereinfachen, erklären und diagnostizieren.

(3) Die Lehrperson gehört ins Zentrum des Unterrichts. Sie repräsentiert die Sache, strukturiert den Lernweg und führt Schülerinnen und Schüler in eine Kultur des Begründens ein.

(4) Selbstständigkeit ist Ziel und nicht Voraussetzung. Sie entsteht durch angeleitete Arbeit an gehaltvollen Gegenständen.

(5) Kompetenzbeschreibungen können nützlich sein, dürfen Bildung aber nicht ersetzen. Mathematische Bildung umfasst mehr als beobachtbare Performanz.

(6) Basale Kompetenzen sind notwendige Voraussetzungen, aber kein hinreichender Begriff mathematischer Bildung. Ein Gymnasium darf Grundlagen sichern, aber es darf sich nicht vom Minimum her definieren.

(7) Interdisziplinarität setzt disziplinäre Stärke voraus. Mathematik darf nicht durch künstliche Kontexte verkleidet werden, sondern muss dort mit anderen Fächern verbunden werden, wo ihre Begriffe und Methoden tatsächlich gebraucht werden.

(8) Motivation entsteht durch Bedeutung, Verstehbarkeit und Anspruch. Ein Unterricht, der Mathematik banalisiert, untergräbt ihre bildende Kraft.

(9) Digitale Werkzeuge sollen mathematisches Denken unterstützen. Sie dürfen die Verantwortung für Begriffe, Begründungen und Urteile nicht übernehmen.

13 Schluss

Mathematikunterricht am Gymnasium ist ein unverzichtbarer Ort allgemeiner Bildung. Er führt junge Menschen in eine Denkform ein, die Präzision, Abstraktion, Begründung und Kritik verlangt. Er zeigt, dass Wahrheit nicht durch Lautstärke, Gewohnheit oder Nützlichkeit entsteht, sondern durch Argumente. Er eröffnet Zugang zu einer Welt von Strukturen, die ohne mathematische Begriffe unsichtbar bliebe.

Diese Bildungsaufgabe kann nicht durch Reformvokabular ersetzt werden. Kompetenzorientierung, selbstorganisiertes Lernen und digitale Werkzeuge können sinnvolle Elemente von Unterricht sein. Sie werden aber problematisch, wenn sie die Sache, die Lehrperson und die fachliche Tiefe verdrängen. Mathematikunterricht braucht nicht weniger Führung, sondern bessere Führung. Er braucht nicht weniger Fachlichkeit, sondern eine Fachlichkeit, die didaktisch verantwortet ist. Er braucht nicht weniger Anspruch, sondern einen Anspruch, der Schülerinnen und Schülern den Weg zur Einsicht eröffnet.

Die Lehrperson steht dabei im Zentrum. Sie ist nicht blosse Lernbegleiterin und nicht nur Organisatorin von Lernumgebungen. Sie ist Vertreterin einer Sache, die grösser ist als momentane Interessen. Sie zeigt, dass Mathematik bedeutsam ist, dass Denken Genauigkeit verlangt und dass Verstehen Mühe verdient. In diesem Sinn ist guter Mathematikunterricht ein Manifest für Bildung selbst.

Literatur

Ball, D. L., Thames, M. H. und Phelps, G. (2008). „Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special?“ In: *Journal of Teacher Education* 59.5, S. 389–407. DOI: 10.1177/0022487108324554.

Baumert, J., Kunter, M., Blum, W., Brunner, M., Voss, T., Jordan, A., Klusmann, U., Krauss, S., Neubrand, M. und Tsai, Y.-M. (2010). „Teachers’ Mathematical Knowledge, Cognitive Activation in the Classroom, and Student Progress“. In: *American Educational Research Journal* 47.1, S. 133–180. DOI: 10.3102/0002831209345157.

Biesta, G. J. J. (2010). *Good Education in an Age of Measurement. Ethics, Politics, Democracy*. Boulder: Paradigm Publishers.

Deci, E. L. und Ryan, R. M. (2000). „The 'What" and 'Why" of Goal Pursuits: Human Needs and the Self-Determination of Behavior". In: *Psychological Inquiry* 11.4, S. 227–268. doi: 10.1207/S15327965PLI1104_01.

Eberle, F., Brüggenbrock, C., Rüede, C., Weber, C. und Albrecht, U. (2015). *Basale fachliche Kompetenzen für allgemeine Studierfähigkeit in Mathematik und Erstsprache. Schlussbericht zuhanden der EDK*. Zürich: Universität Zürich, Institut für Erziehungswissenschaft. url: https://edudoc.ch/record/117445.

EDK (2016). *Anhang zum Rahmenlehrplan für die Maturitätsschulen. Basale fachliche Kompetenzen für allgemeine Studierfähigkeit in Erstsprache und Mathematik*. Konferenz der kantonalen Erziehungsdirektorinnen und -direktoren. url: https://www.zh.ch/content/dam/zhweb/bilder-dokumente/themen/bildung/informationen-fuer-schulen/informationen-schulen-sek-ii/f%C3%BChrungshandbuch/bildungsg%C3%A4nge-und-rahmenlehrpl%C3%A4ne/rahmenlehrplan_maturitaet_edk_anhang_basal.pdf.

— (2024). *Rahmenlehrplan gymnasiale Maturitätsschulen*. Konferenz der kantonalen Erziehungsdirektorinnen und -direktoren. url: https://edudoc.ch/record/232281.

Hidi, S. und Renninger, K. A. (2006). „The Four-Phase Model of Interest Development". In: *Educational Psychologist* 41.2, S. 111–127. doi: 10.1207/s15326985ep4102_4.

Hill, H. C., Rowan, B. und Ball, D. L. (2005). „Effects of Teachers' Mathematical Knowledge for Teaching on Student Achievement". In: *American Educational Research Journal* 42.2, S. 371–406. doi: 10.3102/00028312042002371.

Kirschner, P. A., Sweller, J. und Clark, R. E. (2006). „Why Minimal Guidance During Instruction Does Not Work: An Analysis of the Failure of Constructivist, Discovery, Problem-Based, Experiential, and Inquiry-Based Teaching". In: *Educational Psychologist* 41.2, S. 75–86. doi: 10.1207/s15326985ep4102_1.

Klafki, W. (2007). *Neue Studien zur Bildungstheorie und Didaktik. Zeitgemäße Allgemeinbildung und kritisch-konstruktive Didaktik*. 6. Aufl. Weinheim und Basel: Beltz.

Mayer, R. E. (2004). „Should There Be a Three-Strikes Rule Against Pure Discovery Learning? The Case for Guided Methods of Instruction". In: *American Psychologist* 59.1, S. 14–19. doi: 10.1037/0003-066X.59.1.14.

Reichenbach, R. (2012). „Editorial. Bildungsreform und Reformkritik. Einleitende Bemerkungen". In: *Schweizerische Zeitschrift für Bildungswissenschaften* 34.1, S. 5–12. doi: 10.25656/01:10038.

— (2013). *Für die Schule lernen wir. Plädoyer für eine gewöhnliche Institution*. Seelze: Kallmeyer.

Rosenshine, B. (2012). „Principles of Instruction: Research-Based Strategies That All Teachers Should Know". In: *American Educator* 36.1, S. 12–19.

Shulman, L. S. (1986). „Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching". In: *Educational Researcher* 15.2, S. 4–14. doi: 10.3102/0013189X015002004.

Stebler, R., Gmür-Ackermann, P., Reusser, K. und Pauli, C. (2024). „Aktive Lernzeit beim geführten versus selbstorganisierten Mathematiklernen. Mikroanalytische Fallstudie mit Sekundarschülerinnen und Sekundarschülern aus dem unteren Leistungsniveau". In: *Unterrichtswissenschaft* 52, S. 325–351. doi: 10.1007/s42010-023-00179-w.

UNESCO (2023). *Guidance for Generative AI in Education and Research*. UNESCO. url: https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000386693.

Young, M. F. D. (2008). *Bringing Knowledge Back In. From Social Constructivism to Social Realism in the Sociology of Education*. London: Routledge.